**Lineárne lomené funkcie, mocninové funkcie**

|  |
| --- |
| **Nepriama úmernosť a ich graf** |
| • *Nepriama úmernosť* je každá funkcia **definovaná** na množine  v tvare  , kde *k*je reálne číslo rôzne od nuly (t.j. *k* ∈ *R*, *k* ≠ 0).  ⏩ **Grafom** nepriamej úmernosti v O*xy* je rovnoosá **hyperbola** s vrcholom v bode (0, 0).  • Priamky *y* = 0 (os *x*), *x* = 0 (os *y*) sa nazývajú *asymptoty* grafu funkcie  (sú to priamky, ku ktorým sa „rovnako približuje“ graf nepriamej úmernosti). |
| **Vlastnosti nepriamej úmernosti** |
| ⏩ Nech je daná nepriama úmernosť , *k* ∈ *R*, *k* ≠ 0, potom platí:  *x*  *y*  O  1  1  **1.** Ak *k* > 0, tak  a) obor hodnôt je množina ,  b) je **klesajúca** na intervale  a ,  c) nie je ohraničená ani zhora ani zdola,  d) nemá v žiadnom bode definičného oboru  ani maximum ani minimum,  *x*  *y*  O  1  1  e) je nepárna.    **2.** Ak *k* < 0, tak  a) obor hodnôt je množina ,  b) je **rastúca** na intervale  a ,  c) nie je ohraničená ani zhora ani zdola,  d) nemá v žiadnom bode definičného oboru  ani maximum ani minimum,  e) je nepárna.  ✓ Napr. Načrtnite do tej istej sústavy O*xy* grafy funkcií: a), b) , c) , d) . |
| **Lineárne lomené funkcie a ich graf** |
| • *Lineárna lomená funkcia* je každá funkcia definovaná na množine  daná rovnicou v tvare  , kde *a*, *b*, *c*, *d* sú reálne čísla, *c* ≠ 0, *ad* − *bc* ≠ 0.  ⏩ **Grafom** lineárne lomenej funkcie v O*xy* je **hyperbola** zhodná s grafom niektorej nepriamej úmernosti (hyperbolou) , kde *k* ∈ *R*, *k* ≠ 0 a vznikne z nej posunutím.  ⏩ Ak vydelíme v rovnici  čitateľa menovateľom, dostaneme  , resp. . To je už funkcia, ktorej graf vznikne **posunutím** grafu funkcie , kde , a to tak, že bod (0, 0) sa posunie do bodu , t.j. os *y* sa posunie do priamky , os *x* do priamky . Teda grafy funkcií  a , kde  sú zhodné.  • Priamky ,  sa nazývajú *asymptoty* grafu funkcie.  ✓ Napr. Načrtnite graf funkcie  (určte najprv definičný obor funkcie) a pomocou grafu opíšte vlastnosti danej funkcie. |
| **Racionálna funkcia** |
| • *Racionálna funkcia* je každá funkcia daná rovnicou  ,  kde *m*, *n* sú prirodzené čísla (celé nezáporné), koeficienty *am*, ..., *a*0, *bn*, ..., *b*0 sú reálne čísla, *bn* ≠ 0. Definičným oborom tejto funkcie sú všetky reálne čísla, ktoré nie sú koreňmi rovnice  .  • Ak špeciálne *bn* = *bn*−1 = ... = *b*1 = 0, *b*0 = 1, dostaneme *polynomickú funkciu* danú rovnicou  ,  ktorej definičným oborom je celá množina reálnych čísel *R*.  ⏵Lineárne, kvadratické a lineárne lomené funkcie patria medzi racionálne funkcie. Špeciálne, kvadratická funkcia je príkladom polynomickej funkcie a nepriama úmernosť je príkladom racionálnej funkcie, ktorá nie je polynomická. |
| **Mocninové funkcie** |
| **Mocninové funkcie s prirodzeným exponentom**  Zopakujte si vety pre počítanie s mocninami s prirodzeným exponentom (s reálnym základom mocniny).  • Funkcia v tvare , kde *n* ∈ *N*,sa nazýva *mocninová funkcia* s prirodzeným exponentom. Definičným oborom je celá množina reálnych čísel *R*.  *x*  *y*  O  1  1  **Vlastnosti mocninovej funkcie s prirodzeným exponentom**  **1.** Ak *n* je **nepárne**, tak  a) oborom hodnôt je celá množina reálnych čísel *R*,  b) je rastúca,  c) je nepárna,  d) nie je ohraničená ani zhora ani zdola,  e) nemá v žiadnom bode definičného oboru  ani maximum ani minimum.  *x*  *y*  O  1  1    **2.** Ak *n* je **párne**, tak  a) oborom hodnôt je množina ,  b) je klesajúca na  a rastúca na ,  c) je párna,  d) je zdola ohraničená, zhora nie je ohraničená,  e) v bode 0 má minimum, maximum nemá.  ✓ Napr. Načrtnite graf funkcie: a) , b) . |
| **Mocninové funkcie s celým exponentom**  Zopakujte si vety pre počítanie s mocninami s celým exponentom (s reálnym základom mocniny).  • Funkcia v tvare , kde *m* ∈ *Z*−,sa nazýva *mocninová funkcia* s celým **záporným** exponentom a možno ju zapísať v tvare , kde *n* ∈ *N*. Definičným oborom je množina .  *x*  *y*  O  1  1  **Vlastnosti mocninovej funkcie s celým záporným exponentom**  **1.** Ak *n* je **nepárne**, tak  a) oborom hodnôt je ,  b) je klesajúca na  a ,  c) je nepárna,  d) nie je ohraničená ani zhora ani zdola,  e) nemá v žiadnom bode definičného oboru  ani maximum ani minimum.    **2.** Ak *n* je **párne**, tak  *x*  *y*  O  1  1  a) oborom hodnôt je množina ,  b) je rastúca na  a klesajúca na ,  c) je párna,  d) je zdola ohraničená, zhora nie je ohraničená,  e) nemá v žiadnom bode definičného oboru  ani maximum ani minimum.  ✓ Napr. Načrtnite graf funkcie: a) , b) . |
| **Mocninové funkcie s racionálnym exponentom**  • Pre každé *n* ∈ *N* je *n*-**tá odmocnina z nezáporného** čísla *x* také **nezáporné** číslo *y*, pre ktoré platí , čo zapisujeme .  Zopakujte si vety pre počítanie s odmocninami (s reálnym kladným základom odmocniny).  • Funkcia v tvare , kde *m* ∈ *Z*, *n* ∈ *N*,*x* > 0 (ak *m* ∈ *N*, tak *x* ≥ 0) sa nazýva *mocninová funkcia* s racionálnym exponentom a možno ju zapísať v tvare  (vtedy hovoríme, že *y* je  *n*-**tou** **odmocninou** z**čísla** *xm*).  ✓ Napr. Načrtnite graf funkcie: a) , b) .  ⏵ Ak špeciálne *m* = 1, tak dostaneme funkciu v tvare , *n* ∈ *N* (vtedy hovoríme, že *y* je *n*-**tou** **odmocninou** čísla*x*). Pre *n* **nepárne** je funkcia definovaná na množine *R*, pre *n* **párne** je definovaná na množine .  **Vlastnosti mocninovej funkcie**  **s racionálnym exponentom**  **1.** Ak *n* je **nepárne**, tak  *x*  *y*  O  1  1  a) oborom hodnôt je celá množina reálnych čísel *R*,  b) je rastúca,  c) je nepárna,  d) nie je ohraničená ani zhora ani zdola,  e) nemá v žiadnom bode definičného oboru  ani maximum ani minimum.  *x*  *y*  O  1  1  **2.** Ak *n* je **párne**, tak  a) oborom hodnôt je množina ,  b) je rastúca,  c) je zdola ohraničená, zhora nie je ohraničená,  d) v bode 0 má minimum, maximum nemá.  ✓ Napr. Načrtnite graf funkcie: a) , b) .  ⏵Pre *n* **nepárne** sú funkcie , *n* ∈ *N* a , *n* ∈ *N* **navzájom inverzné**. |

**P1.** Obdĺžniková parcela s rozmermi 25 m a 17 m má byť nahradená inou parcelou obdĺžnikového tvaru, ktorá bude mať rovnaký obsah, ale jej šírka bude 12 m. Akú dĺžku bude mať nová parcela?

**P2.** Načrtnite grafy funkcií: a) , b) , c) , d) , e) .

**P3.** Načrtnite grafy funkcií: a) , b) , c) .

**P4.** Načrtnite grafy funkcií: a) , b) , c) .

**P5.** Načrtnite grafy funkcií: a) , b) , c) .

**P6.** Riešte rovnice: a) , b) .